

Ćwiczenie 8

POMIARY PRZEPIYU W CIEKACH - CZĘŚĆ II METODY POŚREDNIE

KONTYNUACJA PROBLEMU ZDEFINIOWANEGO W ĆWICZENIU 6

WPROWADZENIE

METODY POŚREDNIE

Przy pomiarach pośrednich wykorzystuje się zależność pomiędzy stanem wody w rzece a objętością przepływu. Pomiarów stanów wody dokonuje się za pomocą łat wodowskazowych. Są to pionowe, drewniane łaty podobne do łat niwelacyjnych, używanych do pomiarów geodezyjnych. Na łatach wodowskazowych przymocowana jest podziałka o podziale dwucentymetrowym, a liczby podane na podziałce podają liczbę zanurzonych decymetrów (H_w). Do stałych pomiarów położenia zwierciadła wody wykorzystuje się wodowskazy samopiszące (limnigrafy), które mają różną konstrukcję od czysto mechanicznych po elektroniczne czujniki. Łaty wodowskazowe powinno się instalować w miejscach, gdzie koryto rzeki jest zwarte i jednolite, gdzie stosunkowo dużemu przyrostowi stanu wody towarzyszy jak najmniejszy przyrost objętości przepływu. Wodowskazy powinny być umieszczane w miejscach, gdzie zwierciadło wody nie zakłócone jest wpływem budowli hydrotechnicznych (spiętrzenia, depresje).

EMPIRYCZNA KRZYWA KONSUMCYJNA

Krzywą natężenia przepływu można wyznaczyć graficznie. W tym celu wykonuje się kilka (kilkanaście) równoczesnych pomiarów przepływu i stanu zwierciadła wody, obejmujących możliwie jak największy zakres zmienności stanów. Na wykres nanosi się pomiary stanów zwierciadła wody i odpowiadające im wielkości przepływów i wyrównuje się wykres ręcznie. Ważne jest również wyznaczenie punktu, przy którym przepływ równa się zero H_0 , gdyż od tego punktu rozpoczyna się wyznaczana krzywa. Często w strefie stanów niskich nie dysponuje się dostateczną ilością pomiarów. Z tego względu znajomość wartości H_0 jest szczególnie ważna do prawidłowej ekstrapolacji krzywej stan-przepływ w tej strefie stanów wody. Wartość tą można wyznaczyć na przykład z analizy profilu podłużnego rzeki. Mniej dokładną jednak prostą i szybką metodą jest metoda Głuszkowa. Do wyznaczenia wartości H_0 wykorzystuje się odręcznie wykreśloną krzywą natężenia przepływu. Na krzywej tej wyznacza się możliwie jak najdalej oddalone od siebie dwa punkty, w ten sposób, aby stan H_1 był w przybliżeniu równy najniższemu stanowi, przy którym był wykonany pomiar przepływu, zaś stan H_2 nie przekraczał punktu zdecydowanej zmiany krzywizny wykresu (aby stan nie wykraczał poza koryto wody w rzece). Dla wyznaczonych w ten sposób punktów odczytuje się z krzywej natężenia przepływu wartości przepływów Q_1 i Q_2 . Następnie oblicza się na ich podstawie średnią geometryczną:

$$Q_3 = \sqrt{Q_1 Q_2} \quad (8.1)$$

i dla niej wyznacza się stan H_3 . Wartość H_0 można wyznaczyć z zależności:

$$H_0 = \frac{H_1 H_2 - H_3^2}{H_1 + H_2 - 2H_3} \quad (8.2)$$

Ekstrapolacja krzywej przepływu poza maksymalne pomierzone stany może być przeprowadzona tylko w bardzo ograniczonym zakresie, gdyż zależność stan-przepływ poza zasięgiem pomiarów trudna jest do przewidzenia. Chcąc przeprowadzić taką ekstrapolację należy dysponować dodatkowymi informacjami, takimi jak na przykład powierzchnia przekroju poprzecznego rzeki przy różnych możliwych stanach. Jedną z metod ekstrapolacji krzywej natężenia przepływu w jej górnym odcinku jest metoda Krasiewa (1982). Ekstrapolowana wartość natężenia przepływu Q_e równa jest:

$$Q_e = Q_i \left(\frac{A_e}{A_i} \right)^{m_i} \quad (8.3)$$

gdzie: Q_i i A_i wartość natężenia przepływu i pola powierzchni przekroju (dowolne znane i przyjęte jako warunek początkowy ekstrapolacji), A_e - pole powierzchni przekroju przy stanie wody, do którego przeprowadza się ekstrapolację, m_i - wykładnik dany wzorem:

$$m_i = \frac{\log Q_i - \log Q_{i-1}}{\log A_i - \log A_{i-1}} \quad (8.4)$$

gdzie Q_{i-1} i A_{i-1} odpowiednio natężenie przepływu i pole powierzchni przekroju poprzecznego rzeki przy stanie wody niższym niż warunek początkowy ekstrapolacji.

Istnieją również inne metody ekstrapolacji (patrz. Bajkiewicz-Grabowska 1993), jednak wszystkie z nich dotyczą koryt o prostych przekrojach wyrównanych na całej długości stanów wody. Istotnym założeniem jest również to, że ekstrapolacja może być prowadzona w zakresie nie przekraczającym 20-25% zakresu objętego pomiarami licząc łącznie ekstrapolację w dół i w górę krzywej.

Przy wyznaczaniu zależności stan-przepływ należy również zwrócić uwagę na zmiany zachodzące w korycie rzeczonym związane z procesami erozji i depozycji. Przy zmianach zachodzących powoli lecz systematycznie, ustala się szereg zmieniających się krzywych konsumpcyjnych, najczęściej w postaci pęku krzywych, z których każda ważna jest dla określonego przedziału czasu. Innymi czynnikami wpływającymi na zmianę zależności stan-przepływ jest występowanie zjawisk lodowych na rzekach w zimie oraz zarastanie koryta cieków przez roślinność w lecie. Określenie natężenia przepływu w czasie występowania zjawisk lodowych w różnych fazach zlodzenia rzeki polega na obliczeniu zależności:

$$Q_z = K_z \cdot Q_r \quad (8.5)$$

gdzie: Q_z jest natężeniem przepływu w warunkach występowania zjawisk lodowych, K_z - współczynnikiem redukcji zimowej a Q_r jest wartością natężenia przepływu przy tym samym stanie wody, odczytana z krzywej natężenia przepływu obowiązującej w warunkach ruchu swobodnego.

Przyjmuje się następujące wartości współczynnika redukcji zimowej:

$K_z = 0,75$ - śryż i częściowe zlodzenie (lód brzegowy)

$K_z = 0,5$ trwała pokrywa lodowa

$K_z = 0,85$ - spływ kry

W okresie letnim, gdy ma miejsce zarastanie koryta rzeki następuje zmniejszenie czynnej powierzchni przekroju przepływu. Wówczas przy tych samych stanach wody przepływ wody jest mniejszy. Jedną z metod redukcji polega na zastosowaniu współczynników redukcji letniej. Wartość współczynników redukcji letniej zależy od fazy rozwoju roślinności oraz od jej rozprzestrzenienia w profilu pomiarowym.

Szersze omówienie zagadnień związanych z niestacjonarnością krzywej natężenia przepływu można znaleźć w pracach: Bajkiewicz-Grabowska et al. (1993) i Ozga-Zielińska, Brzeziński (1994).

Krzywą natężenia przepływu można wyrazić za pomocą wzorów matematycznych. W przypadku koryt naturalnych o regularnym przekroju najczęściej zależność pomiędzy stanem a przepływem opisuje się za pomocą funkcji potęgowej:

$$Q = aH_w^b \quad (8.6)$$

gdzie: H_w - rzędna zwierciadła wody, a i b - parametry, które determinowane są przez ukształtowanie doliny rzecznej i przez wartość H_w .

Często do opisu krzywej natężenia przepływu wykorzystuje się inne zależności funkcyjne, na przykład równanie wielomianu drugiego stopnia (Dębski 1970). Jednak przy matematycznym ustalaniu związku $Q = f(H)$ przepływy w całej strefie zmienności stanów wody powinny wykazywać jednorodność ze stanami zwierciadła wody w rzece albowiem kształt krzywej natężenia przepływu zależy głównie od kształtu przekroju poprzecznego koryta. Gdy następuje więc nagła i znaczna zmiana kształtu koryta rzeki, krzywa stan-przepływ dla danego wodowskazu zmienia w tym miejscu swój kształt. Wówczas opis matematyczny wzorem takiej krzywej należy dokonać dla każdego odcinka oddzielnie.

Matematyczny sposób opisu krzywej zależności stan-przepływ (krzywej konsumcyjnej)

Przed przystąpieniem do opisu krzywej konsumcyjnej wzorem matematycznym należy ustalić siłę związku między stanami a przepływami. Miarą korelacji liniowej zmiennych X i Y w dwuwymiarowym rozkładzie jest współczynnik korelacji liniowej ρ . Estymatorem współczynnika ρ jest współczynnik korelacji liniowej r z próby:

$$r = \frac{C_{xy}}{S_x \cdot S_y} \quad (8.7)$$

gdzie: S_x i S_y - standardowe odchylenia zmiennych X i Y , C_{xy} - kowariancją zmiennej X i Y , która dana jest wzorem:

$$C_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n} \quad (8.8)$$

gdzie n jest ilością par obserwacji.

Znając wartość kowariancji można obliczyć współczynnik korelacji r ze wzoru:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}} \quad (8.9)$$

Współczynnik korelacji r ma wszystkie własności określone dla współczynnika korelacji ρ w rozkładzie zmiennych losowych. Własności te wynikają z własności kowariancji. Tak więc

- » współczynnik korelacji przyjmuje wartość z przedziału $[-1, 1]$;
- » współczynnik r równy jest zeru, gdy pomiędzy cechami nie zachodzi liniowa zależność korelacyjna;
- » moduł współczynnika korelacji r równy jest jedności wtedy i tylko wtedy gdy pomiędzy cechami zachodzi funkcyjny związek liniowy.

Jak wspomniano współczynnik korelacji r Pearsona jest współczynnikiem korelacji liniowej. Małe co do wartości bezwzględnej wielkości r wskazują więc nie tylko na brak korelacji ale i odstępstwa od liniowości. Wiele cech wykazuje związki korelacyjne odmienne od liniowych. Tak jest w przypadku zależności stan-przepływ, który często przybiera postać funkcji potęgowej. Niektóre jednak schematy nieliniowe można przy pomocy prostych przekształceń matematycznych sprowadzić do postaci liniowej (tzw. linearyzacja danych). Obliczenie współczynnika korelacji r polega wówczas tylko na podstawieniu do wzoru 5.12 zamiast zmiennych X i Y ich postaci wynikających ze zlinearyzowania równania. Równanie potęgowe postaci:

$$Q = aH_w^b \quad (8.10)$$

można zlinearyzować logarytmując obie strony równania:

$$\log Q = \log aH_w^b \quad (8.11)$$

i przekształcając dalej

$$\log Q = \log a + b \log H_w \quad (8.12)$$

Stąd jak widać otrzymuje się równanie prostej typu:

$$y = b_0 + b_1x \quad (8.13)$$

Przy ustalaniu zależności pomiędzy stanami i przepływami i obliczaniu współczynnika korelacji należy więc w tym przypadku operować logarytmami stanów i przepływów.

Do oceny parametrów równania prostej łączącej badaną zależność wykorzystuje się zwykle metodę najmniejszych kwadratów. Jeżeli posiada się n -elementową próbę losową to można zapisać:

$$L = \sum_{i=1}^n e_m^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (b_0 + b_1x_i)]^2 \quad (8.14)$$

gdzie L jest sumą kwadratów odchyłeń wszystkich pomiarów zmiennej Y od prostej regresji.

Metoda najmniejszych kwadratów polega na wyznaczeniu takich estymatorów parametrów równania regresji b_0 i b_1 dla których L będzie minimalne. Są one równe:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i \right)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (8.15-8.16)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - b_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

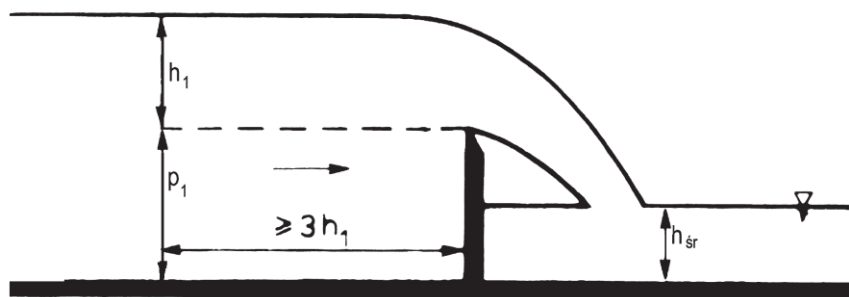
Jak łatwo zauważyć obliczone b_1 równa się współczynnikowi b w równaniu potęgowym zależności stan-przepływ, natomiast $b_0 = \log a$. Stąd $a = 10^{b_0}$

TEORETYCZNA KRZYWA ZALEŻNOŚCI STAN-PRZEPŁYW

Teoretyczne krzywe zależności stan-przepływ wykorzystuje się przy zastosowaniu do pomiarów przepływu wszelkiego rodzaju przelewów i zwężeń koryt rzecznych.

Przelewy

Przelewem nazywa się przegrodę ustawioną w poprzek koryta cieku powodującą spiętrzenie wody i jej przelewanie się przez koronę przelewu (ryc. 8.1). W praktyce stosuje się najczęściej cienkościennie przelewy z wycięciem w kształcie trójkąta (przelew Thompsona) lub prostokąta (przelew Ponceleta). Przepływ Q zależy od wysokości wzniesienia zwierciadła wody nad krawędzią przelewu h_1 . Zależność tę, w formie wykresu, tabeli lub równania, ustala się dla każdego przelewu oddzielnie na podstawie istniejącej teorii lub w wyniku tarowania. Tarowanie można wykonać w laboratorium wodnym lub w przypadku większych przelewów już w terenie po ich zainstalowaniu. Przelew prostokątny obejmuje większy zakres natężenia przepływu. Do pomiaru małych wartości natężenia przepływu nadaje się jednak lepiej przelew trójkątny, ponieważ małym zmianom Q odpowiadają większe różnice w wartości h_1 .



RYCINA 8.1. Cienkościenny przelew niezatopiony.

Istnieje konieczność dostosowania typu przelewu i jego wielkości do przewidywanego zakresu pomiarów. W prawidłowo działającym przelewie nie może nastąpić jego zatopienie przez zbyt duży przepływ. To znaczy pomiędzy przelewającą się przez przelew wodą a przelewem i zwierciadłem wody po lewej stronie przelewu musi być prześwit. Przelew działający w warunkach zatopienia uniemożliwia określenie natężenia przepływu, ponieważ $Q = f(h_1)$ wykazuje wówczas całkowicie inny przebieg. Wykonanie pomiaru za pomocą przelewu polega na odczycie stanu wody h_1 a następnie odczytaniu z wykresu lub tabeli wydatku przelewu odpowiedniej wartości natężenia przepływu Q . Odczytania wysokości stanu wody powinno się dokonywać w odległości od przelewu co najmniej trzy razy większej niż wysokość przelewającej się wody.

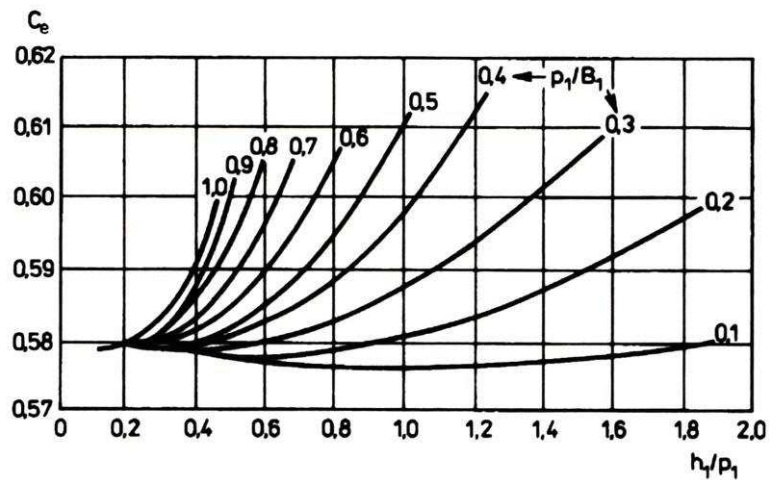
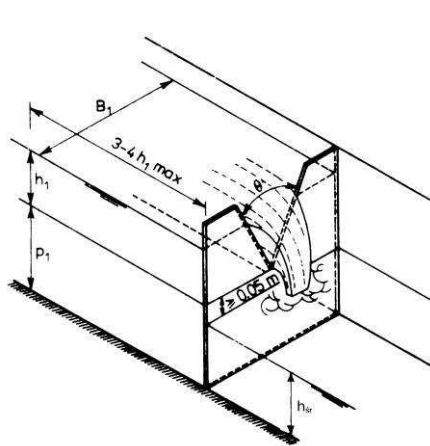
Przelew Thompsona

Ogólne równanie zależności stan-przepływ przelewu trójkątnego ma postać:

$$Q = C_e \frac{8}{15} \sqrt{2g} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} h_1^{2.5} \quad (8.17)$$

gdzie: C_e - współczynnik wydatku przelewu, θ - kąt rozwarcia krawędzi przelewu, h_1 - wysokość warstwy wody.

W przypadku przelewu o kącie rozwarcia 90° współczynnik C_e można odczytać z ryc. 8.2, przy innych kątach wartość C_e określa się na podstawie tarowania. Publikuje się także tabele natężenia przepływu dla często stosowanych przelewów trójkątnych o kątach rozwarcia 90° , $53^\circ 8'$ i $28^\circ 4'$.



RYCINA 8.2 Cienkościenny przelew trójkątny z wykresem przebiegu wartości C_e dla przelewu o kącie rozwarcia 90° (Bajkiewicz-Grabowska, Mikulski 1993)

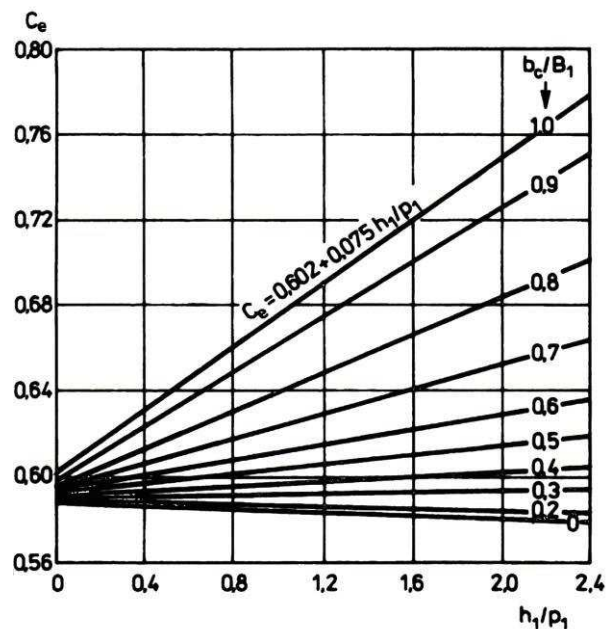
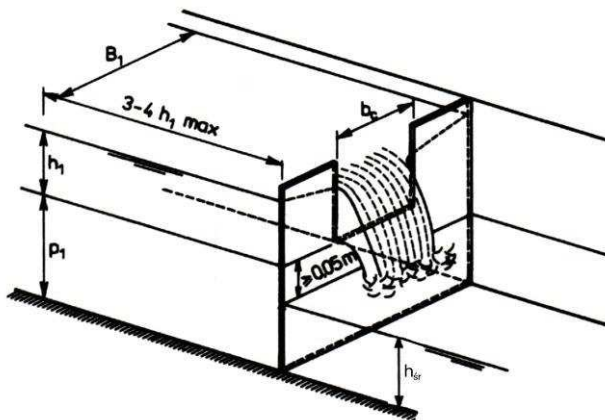
Przelew Ponceleta

Ogólne równanie zależności stan-przepływ dla przelewu prostokątnego ma postać:

$$Q = C_e \frac{2}{3} \sqrt{2g} b h_1^{1.5} \quad (8.18)$$

gdzie: C_e - współczynnik wydatku przelewu, b - szerokość wycięcia, h_1 - wysokość warstwy wody.

Wartość odczytuje się z ryciny 8.3



RYCINA 8.3 Cienkościenny przelew prostokątny z wykresem przebiegu wartości C_e (Bajkiewicz-Grabowska, Mikulski 1993)

Krzywa wydatku przelewu zainstalowanego na stałe w korycie rzeki może ulec zmianie, np. w wyniku zaokrąglenia się krawędzi przelewu, akumulacji osadów powyżej przelewu lub też w wyniku zmiany szorstkości płyty przelewu. Z tego względu raz w roku należy wykonać pomiary porównawcze, które pozwolą ustalić aktualny przebieg krzywej stan-przepływ.

ZADANIE

1. Ustalić wymiary przelewu jaki należy zainstalować na potoku z ćwiczenia 4 w celu prowadzenia pomiarów. Zakłada się, że maksymalny przepływ może być większy o 50% od obliczonego w ćwiczeniu 7, oraz że maksymalnie wodę można podpiętrzyć o 25 cm ponad „obecne” położenie zwierciadła wody w rzece.
2. Wykreślić zależność stan-przepływ dla tego przelewu.
3. Na podstawie danych zawartych w tabeli wyznaczyć parametry równania krzywej stan-przepływ dla Białej Łądeckiej w Łądku Zdroju metodą graficzną i metodą statystyczną.

Synchroniczne pomiary stanów i przepływów Białej Łądeckiej w Łądku Zdroju

H [cm]	47	41	37	53	69	75	45	55	50	60
Q [m ³ /s]	2,93	1,79	1,30	4,34	9,63	12,50	2,55	4,90	1,60	6,30

SPRAWOZDANIE Z ĆWICZENIA

- Ustalenie wymiarów przelewu (ze względu na duży przepływ na badanym cieku przyjęto do konstrukcji przelew prostokątny)

Założenia (na podstawie danych z młynkowania, treści zadania i analizy ryc. 8.3 dla przelewu prostokątnego):

maksymalny przepływ na przelewie: $Q_{\max} = 0,104 \text{ m}^3/\text{s} + (0,5 \cdot 0,104 \text{ m}^3/\text{s}) = 0,156 \text{ m}^3/\text{s}$

szerokość cieku $B_1 = 1,15 \text{ m}$

średnia głębokość $h_{\text{sr}} = 0,19 \text{ m}$

$p_1 = h_{\text{sr}} + 0,05 \text{ m} = 0,19 + 0,05 = 0,24 \text{ m}$ (0,05 – warunek, aby przelew nie został zatopiony)

$h_1 = 0,25 \text{ m} - 0,05 \text{ m} = 0,20 \text{ m}$

Przyjmując różną szerokość przelewu b metodą przybliżeń wyznacza się zgodnie z wzorem 8.18, taki wydatek przelewu Q aby był on zbliżony do przepływu maksymalnego Q_{\max} . Wartość współczynnika wydatku przelewu C_e i szerokość wycięcia należy ustalić metodą kolejnych przybliżeń. Dla założonej wartości b oblicza się stosunek b/B_1 i z ryc. 8.3 odczytuje wartość C_e leżącą na przecięciu linii $h_1/p_1=0,83$ i linii b/B_1 . Wymagana szerokość przelewu wynosi $b = 0,9 \text{ m}$, bo:

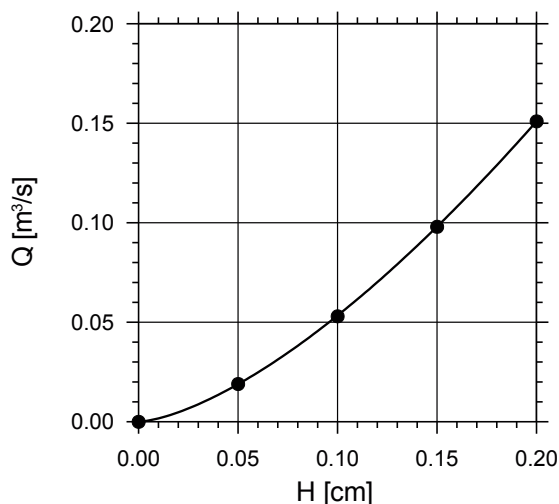
$$Q = 0,635 \frac{2}{3} \sqrt{2 \cdot 9,81} \cdot 0,9 \cdot 0,2^{1,5} = 0,151 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Wykres zależności stan-przepływ dla przelewu

Wykorzystując wzór na wydajność przelewu obliczyć przepływ dla stanów wody na przelewie podanych w tabeli. Uzyskane wartości wykorzystać do konstrukcji wykresu.

H [cm]	Q [m ³ /s]
0	0
0,05	0,019
0,10	0,053
0,15	0,098
0,20	0,151

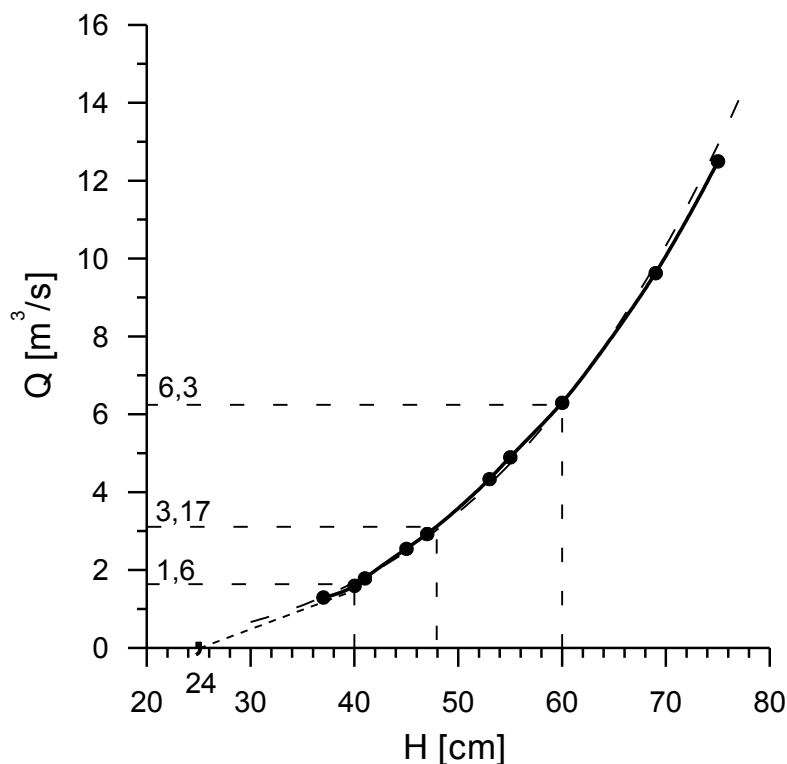
Krzywa stan-przepływ dla projektowanego przelewu



- Konstrukcja krzywej zależności stan-przepływ (krzywa konsumcyjna) dla rzeki Białej Łądeckiej po profil w Łądku Zdroju

Metoda graficzna

- » Wykres stan-przepływ (ryc. 8.4)



RYCINA 8.4. Wykres stan-przepływ dla rzeki Białej Łądeckiej po profil w Łądku Zdroju

- » Wyznaczenie stanu H_0 , przy którym przepływ równa się 0, metodą Gałuszkowa
Dla dwóch wybranych stanów $H_1 = 40$ cm i $H_2 = 60$ cm z wykresy stan-przepływ (ryc. 8.4) odczytano wartości $Q_1 = 1,6$ m³/s i $Q_2 = 6,3$ m³/s. Stąd zgodnie z wzorem 8.1 $Q_3 = 3,17$ m³/s. Przepływ ten występuje przy stanie $H_3 = 48$ cm
Na podstawie wzoru 8.2:

$$H_0 = \frac{40 \cdot 60 - 48^2}{40 + 60 - 2 \cdot 48} = 24 \text{ cm}$$

Metoda statystyczna

- » Obliczenie współczynnika korelacji dla zależności stan-przepływ
Obliczenie współczynnika korelacji najwygodniej jest prowadzić w tabeli (tab.1). Łatwo zauważyć, że w tabeli tej znajdują się wszystkie potrzebne wielkości, które wchodzi do wzoru 8.9. Tak więc zamiast uciążliwego obliczania kowariancji i standardowych odchyleń wystarczy obliczyć sumy, sumy kwadratów i sumę iloczynów obu zmiennych.

Obliczona wartość współczynnika korelacji $r = 0,999$

O czym świadczy uzyskana wartość współczynnika korelacji?

TABELA 8.1 Schemat do obliczenia niezbędnych wielkości przy wyznaczeniu współczynnika korelacji r Pearsona.

Pomiar	H [cm]	Q [m ³ /s]	x	y	x^2	y^2	$x \cdot y$
1	47	2,93	1,672	0,467	2,796	0,218	0,781
2	41	1,79	1,613	0,253	2,601	0,064	0,408
3	37	1,30	1,568	0,114	2,459	0,013	0,179
4	53	4,34	1,724	0,637	2,973	0,406	1,099
5	69	9,63	1,839	0,984	3,381	0,968	1,809
6	75	12,50	1,875	1,097	3,516	1,203	2,057
7	45	2,55	1,653	0,407	2,733	0,165	0,672
8	55	4,90	1,740	0,690	3,029	0,476	1,201
9	40	1,60	1,602	0,204	2,567	0,042	0,327
10	60	6,30	1,778	0,799	3,162	0,639	1,421
		suma	17,065	5,652	29,217	4,194	9,954

» Obliczenie współczynnika równania stan-przepływ

Na podstawie wzoru 8.15 i 8.16: $b_0 = -4,956$, $b_1 = 3,235$. Stąd:

$$a = 10^{-4,956} = 1,11 \cdot 10^{-5}$$

$$b = 3,235$$

Wzór krzywej zależności stan przepływ: $Q = 1,11 \cdot 10^{-5} H^{3,235}$ (ryc. 8.4)